**Универсиада по эконометрике**

**Заочный тур (для разминки)**

***Пожалуйста, решите задания и впишите ответы в специальный бланк. Будьте внимательны при вычислениях: в заочном туре проверяются только ответы***

**Задание 1.** Вопросы этого задания связаны с анализом результатов оценивания трех моделей регрессии, представленных в таблице 1:

|  |
| --- |
| Таблица 1. Результаты оценки регрессии логарифма среднего дохода в час на различные характеристики работников-мужчин |
| Зависимая переменная: логарифм среднего дохода ln(*AHE*) |
| Регрессор | **(1)** | **(2)** | **(3)** |
| College | 1,05(0,16) | 1,00(0,10) | 0,96(0,11) |
| Age |  | 0,04(0,01) | 0,05(0,01) |
| Northeast |  |  | 0,04(0,01) |
| Midwest |  |  | 0,06(0,02) |
| South |  |  | –0,03\*(0,01) |
| Константа | 2,96(0,03) | 0,82(0,16) | 0,83(0,15) |
|  |  |  |  |
| $$R^{2}$$ | 0,12 | 0,58 | 0,60 |
| Число наблюдений | 1000 | 1000 | 1000 |

**AHE** — средний доход (долл. в час), **College** — переменная, равная единице, если работник закончил колледж, и равная нулю в противном случае, **Age** — возраст в годах, **Northeast** — переменная, равная единице, если работник из северо-восточного региона, и равная нулю в противном случае, **Midwest** — переменная, равная единице, если работник со Среднего Запада, и равная нулю в противном случае, **South** — переменная, равная единице, если работник из южного региона, и равная нулю в противном случае, **West** — переменная, равная единице, если работник из западного региона, и равная нулю в противном случае *(в выборке есть работники только из 4 перечисленных регионов)*.

**(1.а)** Существуют ли статистически значимые региональные особенности на рассматриваемом рынке труда? Вычислите и впишите в бланк ответов расчетное значение тестовой статистики для соответствующего F-теста.

**(1.б)** Существуют ли статистически значимые региональные особенности на рассматриваемом рынке труда? На основе результатов расчетов из предыдущего пункта проверьте соответствующую гипотезу при уровне значимости 5% и ответьте на вопрос.

**(1.в)**Кто получает более высокую заработную плату при прочих равных условиях: работники из северо-восточного или из южного регионов? На сколько процентов?

**(1.г)**В соответствии с результатами модели №2 на сколько процентов зарплата выпускника колледжа выше по сравнению с работником такого же возраста, который не заканчивал колледж?

**Задание 2.** Для временного ряда $y\_{t}=8+ε\_{t}+0,3ε\_{t-1}-0,3ε\_{t-2},$

где $ε\_{t}$ — белый шум с дисперсией равной 100:

**(2.а)**укажите порядок интегрированности,

**(2.б)** вычислите безусловную дисперсию,

**(2.в)**вычислите коэффициент автокорреляции четвертого порядка.

**Задание 3.** Рассмотрим модель парной регрессии с фиктивной объясняющей переменной: $y\_{i}=β\_{1}+β\_{2}x\_{i}+ε\_{i}.$ В вашем распоряжении есть данные о переменных $x, y, q$. Известно, что случайная ошибка $ε\_{i}$ может принимать только два значения: +1 или –1. Более того, известно совместное распределение рассматриваемых переменных:

* вероятность того, что $x\_{i}=0, q\_{i}=0$ и $ε\_{i}=+1$, равна 0,1,
* вероятность того, что $x\_{i}=1, q\_{i}=1$ и $ε\_{i}=+1$, равна 0,4,
* вероятность того, что $x\_{i}=0, q\_{i}=0$ и $ε\_{i}=-1$, равна 0,4,
* вероятность того, что $x\_{i}=1, q\_{i}=0$ и $ε\_{i}=-1$, равна 0,1.

**(3.а)**Обозначим$\hat{β\_{2}^{OLS}}$ — МНК-оценку параметра $β\_{2}$. Вычислите предел по вероятности для разности $\left(\hat{β\_{2}^{OLS}}-β\_{2}\right)$.

**(3.б)**Пусть теперь переменная $q$ используется в качестве инструмента для переменной $x$. Обозначим$\hat{β\_{2}^{TSLS}}$ — оценку параметра $β\_{2}$, полученную при помощи двухшагового МНК. Вычислите предел по вероятности для разности $\left(\hat{β\_{2}^{TSLS}}-β\_{2}\right)$.

**(3.в)** Какие израссмотренных выше оценок являются состоятельными?

(а) Только $\hat{β\_{2}^{OLS}}$

(б) Только $\hat{β\_{2}^{TSLS}}$

(в) Обе оценки

(г) Ни одна из оценок

**Ответы**

**Задание 1**

**(1.а)** Нужно осуществить тест на сравнение «короткой» (модель №2) и «длинной» (модель №3) регрессий. Тестируемая гипотеза: коэффициенты при переменных Northeast , Midwest и South одновременно равны нулю.

Расчетное значение статистики: $\frac{(0,60-0,58)}{(1-0,6)}\*\frac{\left(1000-6\right)}{3}=16,57$

**(1.б)** Да

**(1.в)** Из северо-восточного. На 3+4=7% (5 баллов)

**(1. г)** При прочих равных условиях зарплата работника, окончившего колледж,
на $(e^{1}-1)=1,7=170\%$ больше

**Задание 2**

(2.а) 0

(2.б) 100+0,09\*100+0,09\*100=118

(2.в) 0

**Задание 3**

**(3.а)**

$$\hat{β\_{2}^{OLS}}=\frac{\hat{cov}\left(x,y\right)}{\hat{var}\left(x\right)}→\frac{cov(x\_{i},y\_{i})}{var(x\_{i})}=\frac{cov(x\_{i},β\_{1}+β\_{2}x\_{i}+ε\_{i})}{var(x\_{i})}=β\_{2}+\frac{cov(x\_{i},ε\_{i})}{var(x\_{i})}$$

Вычислим $cov\left(x\_{i},ε\_{i}\right)$и$var(x\_{i})$

$$cov\left(x\_{i},ε\_{i}\right)=E\left(x\_{i}ε\_{i}\right)-E\left(x\_{i}\right)E\left(ε\_{i}\right)=\left(0,4-0,1\right)-0=0,3$$

Аналогично: $var\left(x\_{i}\right)=0,25$

Окончательно получаем, что

$$\hat{β\_{2}^{OLS}}→β\_{2}+\frac{cov(x\_{i},ε\_{i})}{var(x\_{i})}=β\_{2}+\frac{0,3}{0,25}=β\_{2}+1,2$$

**Ответ: 1,2**

**(3.б)**

$$\hat{β\_{2}^{TSLS}}=\frac{\hat{cov}\left(q,y\right)}{\hat{cov}\left(q,x\right)}→\frac{cov(q\_{i},y\_{i})}{cov(q\_{i},x\_{i})}=\frac{cov(q\_{i},β\_{1}+β\_{2}x\_{i}+ε\_{i})}{cov(q\_{i},x\_{i})}=β\_{2}+\frac{cov(q\_{i},ε\_{i})}{cov(q\_{i},x\_{i})}$$

$$cov\left(q\_{i},ε\_{i}\right)=E\left(q\_{i}-E\left(q\_{i}\right)\right)\left(ε\_{i}-E\left(ε\_{i}\right)\right)=E\left(q\_{i}-0,4\right)\left(ε\_{i}-0\right)=$$

$$=0,1\left(0-0,4\right)\*\left(+1\right)+0,4\left(1-0,4\right)\*\left(+1\right)+0,4\left(0-0,4\right)\*\left(-1\right)+0,1\left(0-0,4\right)\*\left(-1\right)=$$

$$=-0,04+0,24+0,16+0,04=0,4$$

$$cov\left(q\_{i},x\_{i}\right)=E\left(q\_{i}-E\left(q\_{i}\right)\right)\left(x\_{i}-E\left(x\_{i}\right)\right)=E\left(q\_{i}-0,4\right)\left(x\_{i}-0,5\right)=$$

$$=0,1\left(0-0,4\right)\left(0-0,5\right)+0,4\left(1-0,4\right)\left(1-0,5\right)+0,4\left(0-0,4\right)\left(0-0,5\right)+0,1\left(0-0,4\right)\left(1-0,5\right)=$$

$$=0,02+0,12+0,08-0,02=0,2$$

$$\hat{β\_{2}^{TSLS}}→β\_{2}+\frac{cov(q,ε\_{i})}{cov(q\_{i},x\_{i})}=β\_{2}+\frac{0,4}{0,2}=β\_{2}+2$$

**Ответ: 2**

**(3.в) Ответ: (г)**